

EL NUMERO

Dra. Ives Lys Danna

Consideraciones generales (1)

Plantearnos el problema del número es de interés por la importancia que juega dentro de la matemática al ser su elemento básico, como por la significación, que día a día esta disciplina adquiere en el mundo actual.

Llevados por este interés trataremos de precisar que es el numero, que contenido encierra; cual es su génesis; cuál es su desarrollo; cuando se alcanza su noción; si realmente es algo que se construye, como se realiza ese proceso de construcción estructural; que nociones implica desde un punto de vista matemático; que principios pedagógicos y medios facilitan su adquisición. Trataremos de estudiar el proceso de su formación tanto desde el punto de vista de las posibilidades psicológicas que el niño ofrece como de los elementos que el medio brinda.

Este cuestionamiento favorecerá no solo al esclarecimiento de la noción de numero sino que será de utilidad a la pedagogía, pues conociéndolo en profundidad le servirá de base para resolver problemas relativos al campo de la enseñanza de la matemática, hecho que no se circunscribe solo a la transmisión de los conocimientos adquiridos, sino que impulsa y favorece la evolución del pensamiento que se construye, lanzándose hacia lo nuevo, lo futuro, sobre la base de los conocimientos anteriores.

Antes de desarrollar el problema de la formación del numero teniendo en cuenta los resultados de la investigación experimental que realizamos con un grupo de niños argentinos, nos aproximaremos en una forma simple y concreta al mismo, partiendo de observaciones relativas a situaciones de la vida cotidiana, que pertenecen a dos de los sujetos, que por la típica de su conducta, son representantes de su grupo.

De nuestra experiencia con los niños, como de nuestra observación, recogemos el dato de que aproximadamente alrededor de los dos años y medio el niño en el nivel verbal, comienza a expresar las primeras evaluaciones cuantitativas: así se lo oye decir: "dame mas", "quiero mas", "es mucho", "poco", "dame una muñeca", "tomo dos saquitos"; distingue el grupo que tiene todo, del que tiene algunos, toma todas las bolitas o algunas bolitas obedeciendo a la orden dada y lo mismo hace cuando se le indica que tome una o dos cosas. Cabe preguntarnos si ya el niño maneja esos nombres con el mismo significado con que los usa el adulto.

A través de las conductas relatadas, comprenderemos más el contenido de esos nombres numéricos y si realmente pueden considerárselos como expresión de que el niño ha alcanzado la categoría de numero o si son solo expresión de un preconcepto que

constituye una etapa necesaria a cumplirse dentro de un proceso de formación.

Maria Silvina 1; 10; 3, golpea con su mano sobre la mesa y dice "pum pum"; "dos pum pum" repite su juego. Me dirijo a ella y le pido que escuche cuantos "pum" hago; golpeo tres veces acompañando la acción con los fonemas correspondientes, y ella dice: "dos pum".

A 1; 11; 5, le muestro una cara a la que le faltan los ojos y le digo: "Le voy a poner los dos ojos"; al otro día, jugando con el dibujo de la cara, dice varias veces: "Los dos ojos".

A los 2; 4; 15, le pido me de una nuez; lo hace;"ahora dos", y me ofrece dos. "Quiero todas las nueces". Recoje las 5 nueces y me las entrega. "Quiero algunas"; me ofrece 2, y así continua el juego.

A los 3; 4, dibujo en su presencia un muñeco al que le faltan los Ojos. Lo mira y expresa de inmediato: "Los dos ojos le faltan, hacelos". Dibujo uno y me pregunta "¿Y el otro?".

A los 3; 6, sube la escalera y va contando 1, 3; 4; 5, 6, 7, 8, 14, 10, 21. Inicia la acción de contar simultáneamente con la de subir primer escalón. Segundo después, la enumeración no guarda ninguna relación con el escalon que Sube. Esta ha sobrepasado el numero de escalones a partir del cuarto y mas tarde ya no conserva la iteración de la expresión verbal.

A los 3; 7, coloca sobre la mesa los platos correspondientes a los cuatro comensales, así como las cuatro servilletas y vasos.

A los 4, día del cumpleaños. En presencia de la torta que tiene 3 velitas dice: "Tres no, cuatro", y reafirma sus palabras con el gesto de 4 dedos. Se le explica que ella va a agregar a esas 3 velitas la cuarta pues hoy cumple un año más. Se le entrega la velita que coloca junto a las otras y repite muy satisfecha: "Tengo cuatro años. Son cuatro las velitas".

En los días sucesivos Maris Silvina trata de emplear la palabra cuatro el mayor numero de veces posible, así dice: "Dame cuatro galletitas"; "¿Son cuatro rosas?"; "¿Hay cuatro ventanas?"; "Toma cuatro huevos".

A los 4; 1, le pregunto, sentadas bajo el ricino, "¿Cuántas bolillas tengo?" Contesta Bien "Cuatro". "¿Ahora?". "Tres ricinitos". "Si tengo dos ricinitos (frutos) y quiero tener cuatro ¿Cuántos tengo que agregar?". "Uno". "Si tengo dos y quiero tener tres, cuantos debo agregar?". "Uno". "Si tengo uno y quiero tener dos, ¿Cuántos agrego?". "Dos". Si tengo y agrego dos ¿Cuántos tengo? "Cuatro". Si tengo tres y quiero tener cuatro, ¿cuántos me faltan? "Cuatro". Si tengo tres y agrego uno, ¿Cuántos tengo? "Cuatro".

Martín 5; 1, cuenta los dedos de su mano 1,2, 3, 4, 5.

A los 5; 2, observa los palitos que estan preparados para sostener las plantas y pregunta cuantos hay. Le contesto "Seis", y el dice: "Seis no". Los contamos juntos 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Le pregunto ¿Cuántos palito hay? "Muchos". ¿Pero cuantos hay 2, 3?. "No son seis

porque seis es así" y los coloca en dos filas de 3. Frente a esta disposición pregunto: ¿Cuántos palitos hay? "Seis", contesta.

A los 5; 2; 10, deshoja una rama y al cortar las hojas va contando "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 14 12..." A partir del 7 ya no hay correspondencia entre lo que enumera y lo enumerado, entre el nombre del número y el número de las acciones realizadas;

A los 6; 6, cuenta las baldosas de la hilera por donde camina "1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, y 14". La correspondencia entre cada nombre y cada baldosa es perfecta.

Aprovecho una situación accidental de juego con los cubos y realizo una sencilla experiencia. Distribuyo 7 cubos en forma diferente y pregunto cada vez, ¿Cuántos cubos tengo? Obtengo siempre la misma respuesta "Siete cubos". Las variaciones en la distribución no influyen alterando la respuesta. Le pido luego que cuente los cubos; al finalizar su acción dice: "Siete". Le ordeno: "Bueno, toma todos menos cuatro", responde: "Saco tres" y los pone de lado.

A los 6; 8, lo sorprendo contando las 52 hojas de su libro, mientras las pasa una a una.

Aparentemente parecería que estos niños, en las distintas situaciones presentadas enumeran, es decir que expresan sucesiva y ordenadamente las partes que componen un todo; pero no bien examinamos el contenido de cada observación y las comparamos entre sí, advertimos las diferencias tan que se emplea el número.

Veamos en la primera. Es fácil comprender que María Silvina generaliza en el sentido de extender a otras situaciones el nombre dos; lo aplica a cualquier cantidad sin discernir la diferencia de sus componentes. En la segunda observación emplea la expresión "los dos ojos" como si fuera un todo que repite automáticamente sin entrar en su significación. Equivale a su deseo de señalar los ojos sobre el dibujo.

Dos significa en estos casos la verbalización global y primitiva del, preconcepto de cantidad que servirá de base, sin lugar a dudas, a la formación del concepto de número que aun no expresa

Esta manera de generalizar, de ensayar, es nuevas situaciones expresiones numéricas aprendidas, como se comprueba, a través de las conductas de María Silvina, es cada vez correcta y discriminada: cuatro correrá así a un grupo de 4 cosas.

Continuando con el análisis advertimos que cuando María Silvina o Martín (primeras observaciones) cuentan, no establecen correspondencia entre el nombre del número y los objetos (escalones, hojas) más allá de ciertos límites, dado por los números figurativos. Martín a los 6; 6, ofrece una conducta en la que se puede observar la evolución hacia una verdadera correspondencia, libre de carga perceptiva. Cuenta baldosas hasta 14, más allá de los números dígitos, correspondiendo números y baldosas. Ha logrado discriminar los elementos del camino unidades— al mismo tiempo que distinguirlos por su rango, operación que expresa por un nombre que responde al número de partes discriminadas.

Consideramos la correspondencia por ser una de las nociones que explican el nacimiento del número y, tal como lo expresa Cantor, es el cálculo a las directas y simples para establecer la relación entre dos conjuntos.

Las observaciones nos permiten establecer tres momentos en la evolución de la correspondencia; uno en el que no se logra; otro en el que se inicia y solo se realiza dentro del cuadro de los números intuitivos, (María Silvina cuenta los 4 primeros escalones y Martín los 5 dedos de su mamá aplicando el nombre adecuado al número de acciones que ejecutan) y tercer momento en que la correspondencia se establece entre acciones y nombres que van más allá de los números figurativos, en la medida en que se desprenden de la perceptualización sensible.

Los dos primeros momentos de la evolución son irreductibles y necesarios, pues sobre su base se realizara la conquista definitiva de la categoría de número. En la correspondencia incipiente del Segundo nivel comienza el análisis de los elementos procediéndose así a las primeras desglosaciones; que aun no se afianzan, pues necesitan para ello de la repetición, y la ejercitación, al mismo tiempo que de las posibilidades neurológicas, y psíquicas del sujeto.

En las observaciones expuestas no hemos presentado más que aquellas conductas relativas a la correspondencia cardinal pero debemos referirnos también a la correspondencia ordinal, de la que daremos algunos ejemplos.

María Silvina, 4; 2; 5, juega a poner en fila de mayor a menor, a tres de sus amiguitos. Dice: "Luchi primero, Nene segundo, Mariel quinta"

Martín, 5; 2; está por cultivar flores. Ubica plantas en serie, por su tamaño. Le entrego etiquetas previamente seriadas para que las haga corresponder con el tamaño de cada planta. Realiza la correspondencia sin error, pero cuando altero el orden de las etiquetas y se las entrego para que las coloque de acuerdo con lo indicado, no atina a establecer la correspondencia.

A los 6; 4; 8, Martín logra resolver positivamente una experiencia similar cuando le pedimos estableciera correspondencia por tamaño entre pajaritos y jaulas, pesar de que las jaulas estaban en desorden.

Distinguimos cardinación y ordenación en tanto se fije nuestra atención en el proceso de clasificación seriación los que implica el número. Estas dos operaciones citadas se dan como tales, conjuntamente, cuando se alcanza la noción de número. Aparecen las tres a un mismo tiempo, ninguna de ellas precede o anticipa a las otras, son simultáneas y se forman con un mismo ritmo evolutivo y las tres pasan por los mismos niveles sucesivamente. El número —lo reiteramos— implica a la clasificación y seriación en una síntesis sui-generis, como dice Piaget. Porque si bien ellas se dan en el número, al mismo tiempo son independientes de él, constituyen cada una por sí misma una

operación. El numero no es un simple producto de la clasificación y de la seriación, sino un elemento nuevo que las implica y tiene existencia por si mismo. Así como el Río de La Plata es un río distinto del Paraná y del Uruguay.

En las conductas citadas anteriormente se observa que en la evolución del proceso numérico se va perdiendo la vinculación con la percepción, con el dato sensible y espacial para convertirse en procesos mentales. Es bien explicita este sentido, la conducta de Martín que considera que solo hay seis palitos cuando estos están dispuestos en cierta forma habitual para el de percibir el numero 6 t como un año mas tarde el puede reconocer 7 cubos con cualquier disposición o forma que se le presente. Ya no afecta la distribución al valor numérico del conjunto. Comprobamos así la presencia de una característica del número: la conservación. Ella no es solo necesaria para alcanzar la categoría del número sino para cualquier categoría; así, por ejemplo, tendré la noción del objeto vaso cuando un recipiente me sirva para beber liquido, sea de cristal, vidrio o metal, tenga la forma de una pirámide truncada, etc; lo reconoceré a través de los distintos colores, tamaños, ubicaciones espaciales, etc.

Podemos así establecer que la conservación del numero es un proceso mental que si bien se organiza a partir de lo sensible y perceptivo se eleva por sobre ese nivel y se independiza totalmente, guardando su valor a pesar de las transformaciones.

Cuando el niño aprende la conservación, ve un número como un ser independiente de su presentación física-espacial, es cuando ha logrado la noción de numero como tal, cuando lo usa como una verdadera herramienta para cuantificar con elementos discretos; cuando ha realizado la síntesis sui-generis de clasificación y seriación, operaciones que implican la movilidad y reversibilidad en la estructura del pensamiento.

En la medida que el niño comprende la noción de número la verbalización de los mismos, se realiza en un orden cuya sucesión es cada vez más extensa. En un principio las manifestaciones de los nombres no se relacionan directamente para expresar el número como tal, sino que constituyen palabras que se ensayan, expresando simplemente una globalización de la cantidad. Estas verbalizaciones carecen de toda significación; son significantes o fonemas aun continentes sin contenido ni significado; son recitados que realiza el niño; se ira ganando este significado con la acción, el ejercicio con las cosas, hasta formar los esquemas representativos y llegar a los conceptos. Este proceso de construcción, cuyo ritmo debe regularse por las posibilidades de -la inteligencia-de cada sujeto en contacto con el medio, es continuo y su formación a realiza entre los 6 ó 7 primeros años de vida.

Podemos en otros términos considerar que el niño llega a la noción de numero cuando el significativo gana un significado, abstraído a partir de las acciones realizadas con los objetos y no como nota de los objetos mismos.

Se llega al concepto de número, cuando se clasifica cada uno de los elementos o partes de un conjunto o todo, como pertenecientes a la misma clase, que por prescindir de notas cualitativas (Color, forma, dimensión, disposición espacial, etc.) son consideradas iguales entre sí, diferencia alguna entre ellas más que la del orden invariante que ocupan en la sucesión, y como tales se dan como elementos que se conservan a través de la transformación.

Hasta aquí hemos tratado número a partir de su expresión verbal y hemos rastreado su desarrollo- hasta aproximadamente- los 7 años, cuando la noción de número adquiere la misma significación que tiene para el adulto. Bien, pero podemos preguntarnos si de allí parte, si tiene allí su génesis la noción de número, o debemos buscarla más atrás. Si sabemos que toda conducta representativa se construye sobre la base de la acción, es fácil deducir que la representación numérica debe tener su origen en la acción en el periodo sensomotor de la inteligencia, en el último de sus estadios, en aquel donde vida psíquica y orgánica se confunden, al mismo tiempo que comienza su diferenciación, o sea en el nivel de ejercicios reflejos, dentro de la teoría de Piaget, y que abarca un lapso de unos 30 a 35 días aproximadamente, a partir del nacimiento,

¿Como se construye durante este periodo la noción de número? Desde el nacimiento y durante todo el estadio de los ejercicios reflejos y el de las reacciones circulares primarias (hasta más o menos los 90 días) pudimos observar que el niño está fundido con el mundo; que el y lo otro no se diferencian; forman un todo global. En consecuencia no puede darse la noción de número, pero el ejercicio realizado durante ellos prepara el advenimiento de las reacciones circulares secundarias, con las cuales aparece la intencionalidad, la distinción en acto, en la realización de la misma acción entre el sujeto y el mundo, entre el fin y los medios. Estas conductas se logran por la repetición de un hecho obtenido con éxito y por el interés que es tal para el sujeto, pues satisface una necesidad en su misma realización, y no porque está anticipado al acto. Esta realidad fuera del sujeto a la que se dirige a través de la coordinación óculo-manual es con la que experimentará y formará nuevos esquemas que llevarán a la coordinación de los mismos, estableciéndose ipso facto las relaciones entre las cosas u objetos del mundo exterior y las primeras relaciones formales, que llevarán a la construcción de las distintas categorías de la realidad y entre ellas la de número.

A partir del cuarto estadio o de coordinación de esquemas (de 6 a 10 meses) podemos hablar de origen a génesis de la noción de número, puesto que a partir de este estadio cobra cuerpo la intencionalidad, la distinción entre sujeto y objeto y se ejercita con la realidad como distinta del sujeto, dando lugar a la diferenciación de las categorías, proceso que se consolida a través del ensayo y el error durante el quinto estadio, —el de las reacciones circulares terciarias y descubrimientos activos,— para construirse

categorías mentales al pasar de la acción a la representación o acción interiorizada.

Veamos algunas conductas observadas a partir del cuarto estadio en Maria Silvina y Martín.

Maria Silvina 9; 7, sentada en el suelo juega como ya lo hace desde varios días atrás con 4 cestitos de colores. Al cabo de un rato, y a raíz de uno de sus movimientos, uno de ellos queda oculto detrás de la caja que los contenía. Esta acción de quedar cubo oculto no es visualizada por ella. Se observa de inmediato su inquietud, mira a un lado y se le entrega el cuarto cestito. Maria S que apretaba con su mano, percibía la falta del otro buscando en derredor con su otra mano.

Martín a los 10; 3, llora cuando oye solo una parte de la melodía que su padre toca habitualmente entera.

Estas conductas nos informan, además del origen de la noción de número en el periodo sensoriomotor, del papel que desempeñan las percepciones propioceptivas, que registran las sensaciones del movimiento en la construcción del número.

Vemos a partir de lo expuesto que la noción de número es una verdadera **construcción que se va formando a partir de las primeras acciones con la realidad, de las cuales surgen interiorizan o se transforman en esquemas** representativos o preconceptos, y que puede ser expresada mediante la palabra pero que aun no guarda la significación conceptual que logrará más tarde al término de su evolución, cuando cada palabra sea un significante que contiene un significado obtenido a partir de la acción con las cosas y de proceso que permite la conceptualización.

Esta construcción se caracteriza por ser continua, no tiene hitos; cada acción servirá de base a la que sigue, como ella se apoya en la anterior; así el pasado se conserva en el presente, y este lanza al futuro dándose una construcción estructural continua, donde cada conducta posibilita a la que sigue, le sirve de base, se transforma de manera que sin perder su propia estructura permite modificaciones que se hacen ostensibles a través de sucesivas transformaciones, dando lugar a la nota de transformación abierta-cerrada que posee toda estructura dentro de una concepción dinámica.

La noción de número es una categoría del pensamiento; una noción racional que como toda otra categoría expresa en su construcción el funcionamiento de la inteligencia; las categorías no son dadas como no lo es ésta, ni adquiridas desde fuera, sino que se logran por el constante interjuego entre el sujeto y su medio. El número no es dado, en el sentido de innato, ni impuesto por el medio, todo es logro de una construcción, de una conquista equilibrada entre las posibilidades que tiene el sujeto y el medio.

Dijimos líneas arriba que toda categoría, y entre ellas la de número, es expresión viva de la actividad funcional de la inteligencia, pero trataremos de precisar mejor de qué función del proceso depende particularmente en su formación la noción de número.

La inteligencia realiza su contacto con el mundo exterior un doble proceso de adaptación-organización que nos da sentido de su ser como actividad funcional que requiere en forma irreductible necesaria ser organizada, hecho que le es dado como posibilidad, pero solo como posibilidad, porque ha de hacerse contacto con la realidad exterior. Ahora bien, en el proceso adaptativo podemos distinguir arbitrariamente una función de asimilación de otra de acomodación, pero realizándose ambas al mismo tiempo; así en la medida que asimilo algo la introduzco y modifico de acuerdo con mis esquemas, debo acomodarme a el, pues sus cualidades se imponen a los esquemas y se rompen formando otros nuevos. Todo este proceso de adaptación implica, desde el punto de vista interno, un proceso simultaneo de organización que construye, desde un punto de vista estático, las categorías de todo y partes y en la dinámica ellas se convierten en las de fin y valores intermedios. Estas categorías son las reguladoras e intervienen en la realización de todas las otras que dependen de la asimilación y acomodación respectivamente; ya veremos con un ejemplo como se dan al mismo tiempo.

De la actividad de acomodación; en la que la inteligencia es limitada en la asimilación de la realidad por tener que someterse en cierta medida a ésta, dependen las categorías de objeto, espacio, tiempo y causalidad, mientras que de la asimilación dependen la de clasificación y número.

En verdad; en contacto con el mundo exterior el sujeto trata de asimilarlo a sus esquemas o formas sensomotoras de conocimiento, intentando establecer relaciones entre las distintas partes de un mismo objeto o de los objetos entre si. Estas relaciones no son dadas por los objetos sino que tienen su origen en las acciones con los objetos. En contacto con la realidad, el sujeto establece relación entre los objetos, que pueden ser simétricas o de pertenencia a una misma clase, por su igualdad de contenido, o bien asimétricas de mayor o menor, por su desigualdad. Estas relaciones ya no son cualidades que se abstraen de la realidad, de los objetos, sino que son establecidas por las acciones del sujeto en cuanto las compara. A este tipo de categorías las llamamos, con Piaget, formales frente a las reales, cuya construcción depende de la acomodación.

Debemos recordar que así como adaptación (asimilación y acomodación) y organización, se den simultáneamente, así las categorías construidas por este funcionamiento en contacto con la realidad son simultáneas y se organizan como tales a un mismo tiempo.

Veamos lo expuesto a través de un ejemplo y comprobaremos cómo la categoría número no es algo aislado con respecto a las otras, si bien diferente de ellas por el aspecto que aprehende de la realidad, evoluciona juntamente con ella. El niño alcanzara la noción de número al mismo tiempo que puede definir un objeto.

Ejemplo: Muestro este aspecto de un objeto, aunque por el momento ustedes no pueden decir que es, podrían apreciarlo como una barrita de madera, un listón, una tapa, el lomo

de un borrador, un parquet. A medida que lo muevo y les voy presentando distintas caras o partes, lo empleo para borrar, ustedes pueden ir precisando el objeto hasta llegar a estar seguros que se trata de un borrador. Toda ésta tarea de moverlo en el espacio, conocer el objeto, se realizó en un tiempo. El movimiento fue la causa que determinó el conocimiento del objeto-efecto. Supieron que era un borrador y no otro objeto porque las acciones que realizó con él determinaron las notas que lo clasifican como tal y que es siempre el mismo: un, borrador.. Gano, al mismo tiempo que las otras categorías, la de cantidad: uno. Todas estas categorías en su proceso de formación actúan organizadamente gracias a las categorías reguladoras que permiten apuntar al fin, conocimiento del objeto, a partir de la interrelación de las acciones y de las partes visibles; por este camino, al, llegar al fin, obtenemos el todo como objeto para borrar que construimos a través del movimiento.

La categoría de número expresa, como ya lo dijimos, el trabajo de la inteligencia. De ésta forma, si ella es una construcción no podemos pensarla como algo innato, en el sentido de ser dada, heredada como tal, y que en un momento aparece, pero tampoco aceptamos que sea formada desde el exterior como una respuesta a un estímulo adecuado; ella requiere de cierta disposición o posibilidad que le viene como herencia específica, y de la experiencia o contacto con la realidad exterior. En consecuencia la categoría número no es algo dado ni respuesta automática a un estímulo exterior sino un proceso activo entre el sujeto y medio que se hace cada vez más reflexivo en la medida que el pensamiento se hace mas móvil y reversible.

No es fácil aceptar sin asombro que el número es una categoría que no aparece de golpe sino que implica proceso de formación, que parte de los esquemas sensomotores, se transforma en los representativos, para llegar a la noción conceptual

La noción de número se alcanza alrededor de los 7 años, cuando el ejercicio de las posibilidades intelectuales en contacto con el medio permite la conservación del número lograda a través de la equivalencia de dos o más conjuntos a la que se llega por igualación de diferencias, proceso que implica las operaciones numéricas. En capítulos posteriores desarrollaremos estos temas.

La formación del número coincide en su evolución con la de la clasificación y seriación, ambas implícitas en naturaleza del número, como consecuencia de una síntesis particular, pero sin perder cada una su existencia independiente a la de número.

Notas

(1) Este capítulo corresponde al libro GENESIS DEL NUMERO.